

1st Feb, 2010

民主主義と公正な社会的決定

1. 民主主義社会とはどんな社会であるか？

そういう社会は「**理論的に**」実現可能か？

2. 公正な決め方とはどういう決め方か？

平等 (equity) , 衡平 (equitability)

公正 (fairness), **公平 (impartiality)**

正義 (justice),効率 (efficiency)

投票による決定

サンヘドリン(最高法院, 長老会)

ユダヤにおける国会兼最高裁のような決定機関

キリストの処刑

ユダヤの世界では、**全員一致による決定は無効？！**

イザヤ・ペンダサン「日本人とユダヤ人」

...JUSTICE



投票方式の選択問題

- 望ましい決定とはどんなものか？
- 望ましい決定は矛盾していないか？

意外な投票結果の例

1. オリンピック開催地の決定

投票ルール:

1回目の投票で決まらない場合は、得票数の最も少ない都市が脱落し、残った都市で再び投票。どこかの都市が過半数を獲得するまで繰り返す。立候補都市のある国のIOC委員と会長を除く、90人超のIOC委員が投票。立候補都市のある国のIOC委員は、その立候補都市が落選した後の投票から参加できる。

2016年夏季の候補地: 東京, マドリッド, リオデジャネイロ, シカゴ

下馬評ではマドリッドが有利

第一回投票結果:

東京22票, マドリッド28票, リオデジャネイロ26票, シカゴ18票

第二回投票結果:

東京22票, マドリッド29票, リオデジャネイロ46票

第二回投票結果:

マドリッド32票, リオデジャネイロ66票

2.ローマ教皇の選出

コンクラーベ:

他国の干渉を防止し秘密を保持するため練り上げられてきた投票システム

投票ルール:

投票総数の3分の2以上の得票を得ることが必要.

投票は初日午後に1回行われ,この投票で決まらなければ続く2日間に,午前・午後2回ずつ行うことができる.

3日間の投票で決まらない場合は,最大1日の祈りの期間をおいてから同じ方法で選挙をし,7回の投票をしても決まらなければまた1日おいて7回行う.それでも決まらないときは,また1日おいて7回行う.それでも決まらなければ,過半数の得票者ないし前回の投票の上位2名について行った決戦投票で過半数を得た者が当選.

ヨハネ・パウロ1世の急逝(1978)に伴う教皇選出会議

有力候補:ジュゼッペ・シリとジョバンニ・ベネリ(ともにイタリア人)

4回投票までは両者がシーソーゲーム(ともに必要な75票を得られず)

翌日の第5回投票で,ヴォイティワの名前が登場,その後徐々に得票を伸ばす.

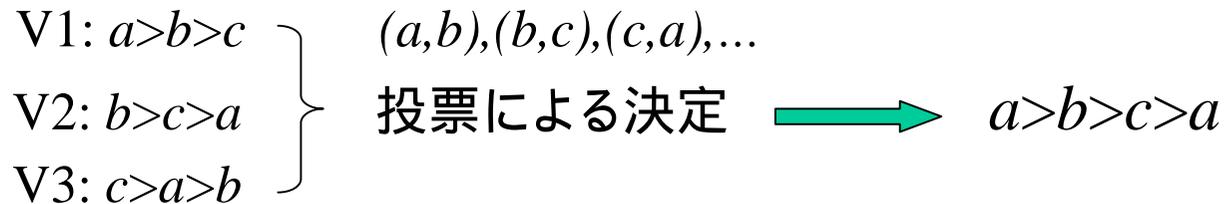
さらに翌日の第8回投票で,カロル・ユゼフ・ヴォイティワ(ポーランド人)が94票獲得して当選.

投票のパラドックス

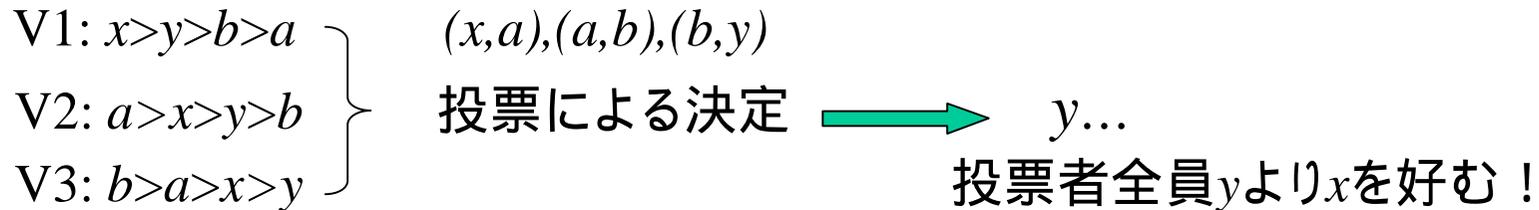
コンドルセ (1785)

多数決原理の矛盾をつくもの

すべての投票者が理性的に投票を行ったとしても、多数決による決定が非合理的な結果を導くこと。



投票による結果がみんなに嫌われる？！



パラドックスの起きる確率

循環順位をもたらす確率 (3 選択肢のとき)	
投票者数	P
1	0.0000
3	0.0556
5	0.0694
7	0.0750
9	0.0780
11	0.0798
13	0.0811
15	0.0820
17	0.0827
19	0.0832
21	0.0836
23	0.0840
25	0.0843
⋮	⋮
∞	0.0877

循環順位をもたらす確率 (選択肢が 1 ~ 45, 投票者数 ∞)	
選択肢数	P
1	0.0000
2	0.0000
3	0.0877
4	0.1755
5	0.2513
10	0.4887
15	0.6087
20	0.6811
25	0.7297
30	0.7648
35	0.7914
40	0.8123
45	0.8292

佐伯 胖『「きめ方」の論理 - 社会的決定理論への招待』東京大学出版会、p. 19, 20より引用

実際に起こったパラドックス アジェンダセティングの狡猾さ

米国南部の国道建設計画案 (民主党党首ジョンソンが提出) について の上院での採決

X: デイビス=ベーコン挿入句の入った原案

挿入句: 道路建設で働く南部労働者の賃金を国が査定する。

Y: 上記挿入句を削除した修正案

Z: 計画案の廃案

北部民主党: $X > Y > Z$ 南部民主党: $Y > Z > X$ 共和党: $Z > X > Y$

ジョンソンは南部の出身

原案Xと、修正案Yまたは廃案Zとの選択を議会に諮る。

Xの棄却。

修正案Yと廃案Zの選択

Yの採択。

投票のパラドックス下では、議案の審議は、後回しの議案が優位になる！

K.J.Arrowの不可能性定理

1. 社会的決定関数 F

$$F: \underbrace{(\text{個人の選好}) \times (\text{個人の選好}) \times \dots \times (\text{個人の選好})}_{N\text{人}} \\ (\text{社会の選好})$$

選好 P とは代替案の集合 X 上の**非反射律**・**推移律**をみたす完備な二項関係 $>$

非反射律 $x > y$ かつ $y > x$ を同時にみたすことはない.

推移率 $x > y$ かつ $y > z$ ならば $x > z$

(完備性:すべての x, y について, $x > y$ または $y > x$ である.)

2. 社会的決定関数 F が民主的であるための4条件

1. 定義域の非限定性

人々はどのような選好をもとうともそれは自由である。

2. パレート性

すべての人が好む案は、社会の決定でも好まれる。

3. 無関係対象からの独立性

比較される2つの案は、当該の案に関する N 人の選好からのみ社会的な選好が決定する。

4. 非独裁性

ある個人の選好が常に社会の選好になることはない。

3. 民主的社会的決定関数の非存在の証明 ($N=2, X = \{x, y, z\}$ のケース)

1. 6つの選好構造

$$: x > y > z$$

$$: y > z > x$$

$$: x > z > y$$

$$: z > x > y$$

$$: y > x > z$$

$$: z > y > x$$

各人(個人1, 個人2)は から までの6つの選好を自由にもつことができる.

4. パレート性のもとで許される社会の選好

個人2の選好

個人1の選好

		$x > y$ $x > z$	$x > z$ $y > z$	$y > z$	$x > y$	
			$x > z$		$z > y$ $x > y$	$z > y$
				$y > x$ $y > z$		$y > x$
					$z > x$	$y > x$ $z > x$
						$z > y$ $z > x$

5. 無関係対象からの独立性－1

x と y の社会選好の決定

個人1が $x > y$, 個人2が $y > x$ のケースを
個人1が $y > x$, 個人2が $x > y$ のケースを

無関係対象からの独立性－2

y と z の社会選好の決定

個人1が $y > z$, 個人2が $z > y$ のケースを
個人1が $z > y$, 個人2が $y > z$ のケースを

無関係対象からの独立性 - 3

x と z の社会選好の決定

個人1が $x > z$, 個人2が $z > x$ のケースを

個人1が $z > x$, 個人2が $x > z$ のケースを

6 . 証明

社会的決定関数 F が非独裁性を除く3条件をみたすと仮定 $\Rightarrow F$:独裁的な決定関数

- ・個人選好が (x, y, z) について,
 $x > y$ かつ $x > z$ (パレート性)
 y と z について, $y > z$ とするとき (完備性),
[y と z の社会選好の決定]の表より, $y > z$ はすべて
 $y > z$ でなければならない.
(y と z に関する無関係対象からの独立性)

個人選好(,)について

F が決定される。

ミニットペーパーで確認！

このときの F は、個人2の選好に関わらず、
常に個人1の選好を採用する社会的決定関数。